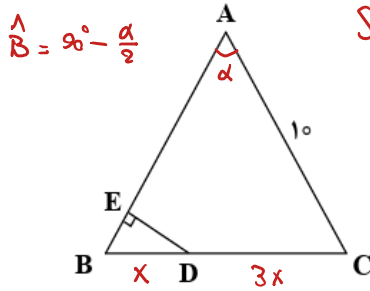


۲۶- در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر 40 باشد، طول ED کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = 40$$

$$AB = 10$$

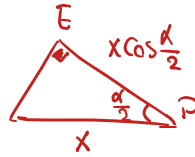
$$\rightarrow 50 \sin \alpha = 40 \rightarrow \sin \alpha = 0.8 \rightarrow \cos \alpha = 0.6$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



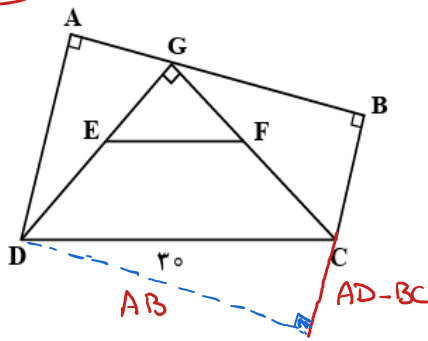
$$(4+x)^2 = 10^2 + 10^2 - 200 \cos \alpha = 200(1 - 0.6) = 80 \rightarrow 4x = 4\sqrt{5} \rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \rightarrow 0.6 = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \rightarrow \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 0.8 = \frac{4}{5} \rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\rightarrow ED = 2$$

۲۷- در شکل زیر، چهارضلعی‌های $EFCD$ دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع دوزنقه $ABCD$ اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟

3 4 5
18 24 30



$$(AD-BC)^2 + AB^2 = 30^2$$

$$\rightarrow AB = 24$$

$$24 \quad (1)$$

$$25 \quad (2)$$

$$23 \quad (3)$$

$$26 \quad (4)$$

۲۸- نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

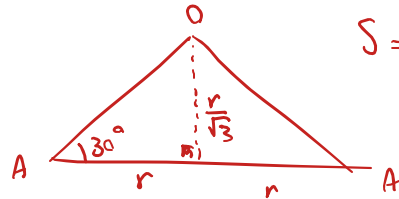
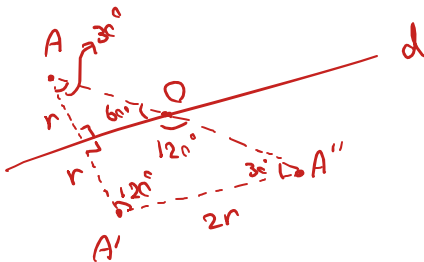
$$r = 2\sqrt{6}$$

$$1\sqrt{3} \quad (1)$$

$$6\sqrt{3} \quad (3)$$

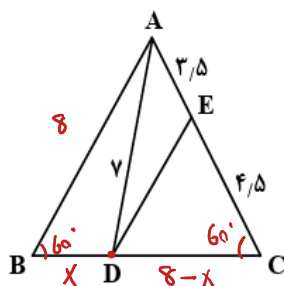
$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$



$$S = \frac{r^2}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

۲۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟

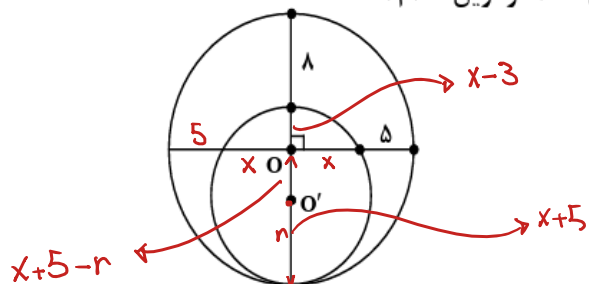


$$49 = 64 + x^2 - 16x \cos 60^\circ$$

$$\rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \checkmark \\ x = 5 \end{cases}$$

- ۲ (۱)
۲,۵ (۲)
۳ (۳) ☒
۳,۵ (۴)

۳۰- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط المרכזین کدام است؟



$$OO' = x + 5 - n$$

$$2r = x - 3 + x + 5 = 2x + 2$$

$$\rightarrow r = x + 1$$

$$\rightarrow OO' = x + 5 - x - 1 = 4$$

- ۳ (۱)
۴ (۲) ☒
۳,۵ (۳)
۴,۵ (۴)

۳۱- اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

$\vec{i} + \vec{k}$ (۳) $-\vec{i} + \vec{k}$ (۴) $-\vec{i} - \vec{k}$ (۲) $\vec{i} - \vec{k}$ (۱) ☒

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{a} \times \vec{i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{i}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k} \times \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -\vec{k}$$

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 20 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

۵ (۱) ۳ (۲) -۵ (۳) -۳ (۴) ✓

$$A = \begin{bmatrix} -2 & y-5 \\ -3x-45 & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} y=5 \\ x=-15 \end{cases} \rightarrow \frac{x}{y} = -3$$

۳۳- برای ماتریس‌های وارون‌پذیر A و B ، اگر $(AB)^{-1}A^T B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $3A$ کدام است؟

۴ (۱) ✓ ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

$$(AB)^{-1}A^3B = B^{-1}A^{-1}A^3B = B^{-1}A^2B = A^2 = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$$

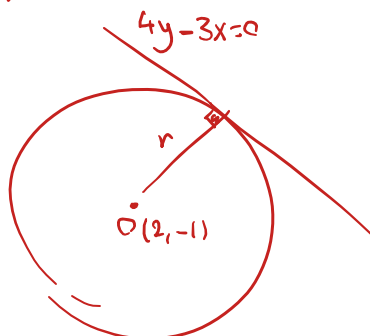
$$|A| = a \neq 0 \rightarrow a^2 = 10a^2 - 4a \rightarrow 4a = 9a^2 \rightarrow a = \frac{4}{9}$$

$$|3A| = 3^2|A| = 9 \cdot \frac{4}{9} = 4$$

۳۴- دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C ، خطوط $2x+y=3$ و $2x-3y=7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ✓ ۳ (۳) ۴ (۴)

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 2x-3y=7 \end{cases} \rightarrow 4y = -4 \rightarrow 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \rightarrow O(2, -1)$$



$$r = \frac{|1-4-6|}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

