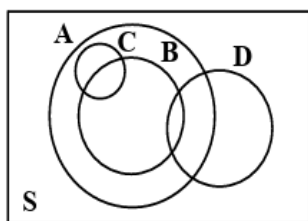


۱- در نمودار ون زیر، A، B، C و D چهار پیشامد از فضای نمونه S هستند. کدام گزاره نادرست است؟



- $A \subseteq B \rightarrow A \cup B = A$   $\times A \cup B \neq B$   $\leftarrow A' \cap B' \neq B'$  (۱)  
 $D \cap C = \emptyset$   $\checkmark D \cap C \neq S$   $\leftarrow D' \cup C' \neq \emptyset$  (۲)  
 $C \subseteq A \rightarrow C - A = \emptyset$   $\checkmark A - B \neq A'$   $\leftarrow A \cap B' \neq A'$  (۳)  
 $\times C - A \neq \emptyset$   $\leftarrow A' \cap C \neq \emptyset$  (۴)

?

۲- به ازای چه مقداری از a، مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + 2x - 7 = 0$  برابر ۱٫۵ است؟

(۴) -۳٫۵

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) ۳٫۵

$$S = -\frac{a}{2} = 1.5 \rightarrow a = -3$$

۳- یک سکه آلمانی داریم که نسبت وزن مس به وزن آلیاژ نیکل و روی به کار رفته در آن ۱۳ به ۷ است. آن را ذوب و

۲۰ گرم آلیاژ نیکل و روی به آن اضافه می‌کنیم و سکه جدیدی می‌سازیم. اگر  $\frac{3}{5}$  وزن سکه جدید، آلیاژ نیکل و

روی باشد، وزن سکه قبل از ذوب شدن چند گرم بوده است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۴۸

(۲) ۳۶

(۱) ۳۲

نیکل  $7x$   
روی  $13x$

→

نیکل  $7x+y$   
روی  $20-y$   
مس  $13x$

$$20x = 32$$

$$20x + 20 = 32$$

$$\frac{7x+20}{20x+20} = \frac{3}{5}$$

$$35x + 100 = 60x + 60$$

$$40 = 25x$$

$$x = 1.6$$

۴- اگر دامنه تابع  $f: A \rightarrow B$  با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x+2}$ ، مجموعه  $D_f = \left\{ 2, -2, 1, -1, 0, \frac{1}{4}, 1, 2 \right\}$  باشد، مجموعه A چند

عضو دارد؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

$$A = D_f = \left\{ -2, -1, 0, \frac{1}{2}, 1, 2 \right\}$$

$$2a+2=\frac{1}{2} \rightarrow a=-\frac{3}{4}$$

$$\psi(0)=0 \rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

۵- نمودار تابع  $f(x) = (a+1)x + 2b + 1$  از مبدأ می‌گذرد و  $f(2) = b+1$  است. مقدار  $a-b$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$  ✓

$\rightarrow -\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = -\frac{1}{4}$

۶- اگر نقطه  $S(a, 5)$  مختصات رأس سهمی به معادله  $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + b$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۱) ✓ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

$S(-2, b)$

$\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases} \rightarrow a+b = 3$

۷- اگر  $f$  از  $A$  به  $B$  تابعی خطی،  $D_f = \left\{-2, 0, \frac{1}{2}\right\}$  و  $R_f = \left\{-\frac{3}{2}, 0, 6\right\}$  باشد، کدام رابطه زیر، می‌تواند ضابطه تابع  $f$  باشد؟

✗  $f(x) = -x + 6$  (۴)

$\begin{matrix} -2 & 8 \\ 0 & \rightarrow 6 \\ \frac{1}{2} & \frac{11}{2} \end{matrix}$

$f(x) = -3x$  (۳) ✓

$\begin{matrix} -2 & 6 \\ 0 & \rightarrow 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{matrix}$

✗  $f(x) = x + 6$  (۲)

$\begin{matrix} -2 & 4 \\ 0 & \rightarrow 6 \\ \frac{1}{2} & \frac{13}{2} \end{matrix}$

✗  $f(x) = 3x$  (۱)

$\begin{matrix} -2 & -6 \\ 0 & \rightarrow 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{matrix}$

۸- برای  $m, n \in \mathbb{N}$ ، مجموعه  $f = \left\{(\underbrace{2, m-2n-t}_c), (\underbrace{m+2, n+4}_c), (\underbrace{m+2n, m^2-4m}_c)\right\}$  یک تابع ثابت با دامنه

دو عضوی است. مقدار  $t$  کدام است؟

(۴) -۴

(۳) -۳

(۲) ✓ -۲

(۱) -۱

بدون  
تکلیف

$2 = m+2 \rightarrow m=0 \rightarrow n+4=0 \rightarrow n=-4 \rightarrow 0+8-t=0 \rightarrow t=8$  ✗

$m+2n=m+2 \rightarrow n=1 \rightarrow m^2-4m=5 \rightarrow \begin{cases} m=-1 \rightarrow -1-2-t=5 \rightarrow t=-8 \\ m=5 \rightarrow 5-2-t=5 \rightarrow t=-2 \end{cases}$  ✗

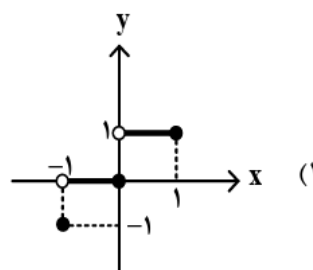
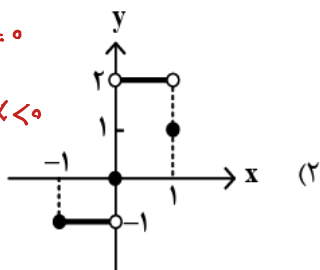
$m=5 \rightarrow 5-2-t=5 \rightarrow t=-2$  ✓

۹- توابع  $f(x) = \text{sign}(x)$  و  $g(x) = |x| + |-x|$  با دامنه مشترک  $-1 \leq x \leq 1$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع

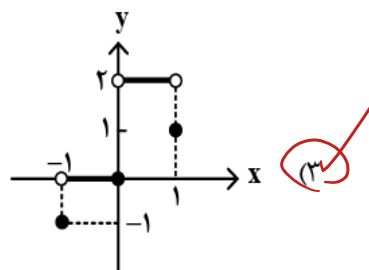
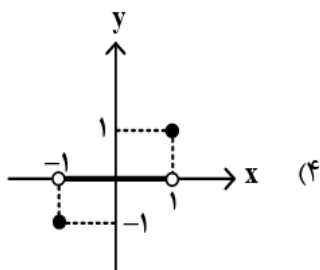
$$h(x) = f(x) + g(x) \quad \text{کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} |x| + |-x| + 1 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & x = 0 \\ |x| + |-x| - 1 & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$



$$h(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 2 & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & -1 < x < 0 \\ -1 & x = -1 \end{cases}$$



۱۰- پژوهشگران یک مؤسسه تحقیقات کشاورزی تصمیم دارند براساس معیار «رنگ» (سبز، نارنجی روشن و نارنجی تیره) خرمالوها را مورد بررسی قرار دهند. این مؤسسه برای ارزیابی میزان نارسایی خرمالوهای آماده برداشت یک باغ بزرگ، مطالعه خود را به بخشی از کل محصولات این باغ محدود کردند. کدام مورد درخصوص «واحد آماری» و «نسبت خرمالوهای دارای رنگ نارنجی تیره در نمونه» در این ارزیابی، درست است؟

۲) خرمالو - پارامتر  
۴) مجموعه کل خرمالوها - پارامتر

۱) خرمالو - آماره  
۳) مجموعه کل خرمالوها - آماره

۱۱- اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به  $r$  بستگی دارد؟

$$(r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (2)$$

$$(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (4) \checkmark$$

$$(q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (1)$$

$$(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee q) \quad (3)$$

$$1) (F \Rightarrow r) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \times$$

$$2) (r \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \times$$

$$3) (F \Leftrightarrow r) \Rightarrow (T \vee F) \equiv \neg r \Rightarrow T \equiv T \times$$

$$4) (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv r \Leftrightarrow F \equiv \neg r \checkmark$$

$$\bar{x} = \frac{87}{6} = 14.5$$

۱۲- نمرات درس ریاضی علی در طول سال تحصیلی به صورت ۱۸، ۱۶، ۵، ۱۶، ۱۷ و ۱۵ است. معلم ریاضی برای جبران نمرات زیر ۱۰ دانش آموزان، امکان امتحان مجدد را به آنها می دهد. علی در امتحان مجدد حداقل چه نمره ای باید کسب کند تا معدل او در درس ریاضی کمتر از ۱۶ نشود؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲) ✓

۱۳ (۱)

$$\frac{15+17+16+x+16+18}{6} \geq 16 \Rightarrow 82+x \geq 96 \rightarrow x \geq 14$$

۱۳- اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از سه کالای «الف»، «ب» و «ج» تشکیل شده باشد و قیمت این سه کالا در سال پایه به ترتیب ۲۵۰۰۰، ۵۰۰۰۰ و ۱۱۰۰۰۰ واحد باشد و در سال موردنظر به ۷۵۰۰۰، ۹۰۰۰۰ و ۱۹۵۰۰۰ واحد برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی «الف»، «ب» و «ج» در سال پایه به ترتیب معادل ۴، ۱۰ و ۴۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این سبد چند درصد است؟

۱۹۰ (۴)

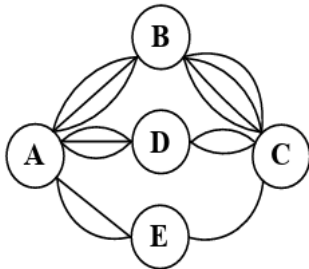
۱۸۰ (۳) ✓

۱۷۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

$$I_{\text{شاخص}} = \frac{(75 \times 4) + (90 \times 10) + (195 \times 40)}{(25 \times 4) + (50 \times 10) + (110 \times 40)} = \frac{9090}{5000} = 1.8 = 180\%$$

۱۴- بین پنج شهر A، B، C، D و E مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد که همه دوطرفه اند. به چند طریق می توان از



$$DAB : 3 \times 3 = 9$$

$$DCB : 2 \times 4 = 8$$

$$DAECB : 3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$$

$$DCEAB : 2 \times 1 \times 2 \times 3 = 12$$

$$17 + 36 = 53$$

شهر D به شهر B مسافرت کرد؟

۱۷ (۱)

۲۹ (۲)

۵۰ (۳)

۵۳ (۴) ✓

۱۵- هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ می توان نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. احتمال اینکه عدد روی کارت یک عدد اول باشد، کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{5}$  (۳)

$\frac{3}{8}$  (۲)

$\frac{3}{10}$  (۱) ✓

$$S: \frac{4}{5} \times \frac{5}{5} = 20$$

$$\rightarrow P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$A: 11 \quad 13 \quad 23 \quad 31 \quad 41 \quad 43 : 6$$

$$a_n = \begin{cases} a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} - 1 & \text{زوج } n \\ a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + 1 & \text{فرد } n \end{cases}$$

۱۶- در دنباله بازگشتی  $a_1 = a_2 = -a_3 = -1$ ،  $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} - (-1)^n$  چند جمله برابر صفر است؟  
 (۱) بیش از ۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

$$-1, -1, 1, -2, -1, -3, -5, \dots \rightarrow a_n \neq 0$$

۱۷- در دنباله حسابی  $3x-2, 2x+y+1, 3x+y+2, 3x+2y+2, \dots$  مقدار  $xy$  کدام است؟  
 (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۶

$$\begin{aligned} 3x-2+3x+y+2 &= 4x+2y+2 \\ 2x+y+1+3x+2y+2 &= 6x+2y+4 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 2x-y=2 \\ -x+y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} x &= 3 \\ y &= 4 \\ \hline xy &= 12 \end{aligned}$$

۱۸- اگر  $a_n = 4 \times 9^{\frac{n}{2}+1}$  جمله عمومی یک دنباله هندسی باشد، نسبت جمله اول به نسبت مشترک این دنباله، کدام است؟  
 (۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{3}$

$$a_n = 4 \times 9 \times 9^{\frac{n}{2}} = 36 \times 3^n$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_1 = 36 \times 3 \\ q = 3 \end{cases} \rightarrow \frac{a_1}{q} = 36$$

۱۹- اگر  $A = \frac{2^{-6} \times (1 - \frac{4}{3})^{\frac{1}{2}}}{3^{-4} \times (\frac{2}{3})^{-\frac{1}{2}}}$  باشد، مقدار  $\frac{1}{\sqrt{A}}$  کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{8} \quad (۱)$$

$$\rightarrow A = \frac{2^{-6}}{3^{-4}} \rightarrow A^{-1} = \frac{2^6}{3^4} \rightarrow A^{-\frac{1}{2}} = \frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}$$

۲۰- برای تابع نمایی  $f(x) = a \times b^x$ ،  $f(0) = -\frac{2}{3}$  و  $f(2) = -\frac{3}{2}$  است. مقدار  $f(-1)$  کدام است؟

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$-\frac{4}{9} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ ab^2 = -\frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow b^2 = \frac{9}{4} \rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow \begin{cases} f(x) = -\frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^x \\ f(-1) = -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{9} \end{cases}$$